EQUAZIONI LINEARI DIOFANTEE

Le equazioni del tipo

$$ax + by = c$$

si chiamano equazioni lineari diofantee

Le incognite sono $x, y\ e\ sono\ in\ Z$

Esempio: $6x + 7y = 9$

Le equazioni lineari diofantee

$$ax + by = c$$

possono essere di due tipi

1) $c = 0 \ (a, b \ \neq 0)$
2) $c \neq 0 \ (a, b \ \neq 0)$

1) Nel primo caso si ha $\boldsymbol{ax + by = 0}$

E poniamo $\boldsymbol{x = bt}$ **con** $\boldsymbol{t}$ **in Z**

Allora $deve\ essere\ per\ forza$ $\boldsymbol{y = -\frac{ab}{b}t}$ $(\ possibile\ perch\grave{e}\ b \neq 0\ )$

$$ovvero\ \boldsymbol{y = -at}$$

PROVA

Dimostrare che

$$x = s \text{ e } y = r$$

è una coppia di soluzioni di $ax + by = 0$

vuol dire dimostrare che

«sostituendo questi valori nell'equazione si ha **un'identità** ovvero un'**uguaglianza sempre vera»**

OSS: «Sempre è un avverbio di tempo: in italiano vuol dire **per ogni istante** ma

in matematica vuol dire **per ogni valore delle incognite»**

Quindi vuol dire dimostrare che

a*(valore ipotizzato) + b*(valore ipotizzato) = 0 è una affermazione sempre vera (verità)

Nel nostro caso abbiamo

$x = bt$ e $y = -at$

Quindi dobbiamo dimostrare che

$a * bt + b * (-at) = 0$ è una cosa vera

Eseguiamo i calcoli indicati a sinistra quindi

$a * bt + b * (-at) = 0$ equivale a

$a * bt - a * bt = 0$ che equivale a

$0 = 0$ che è una verità

Quindi $a * bt + b * (-at) = 0$ è una cosa vera

Quindi $x = bt$ e $y = -at$ è una coppia di soluzioni di $ax + by = 0$ con $t \in Z$

Dette

A = « $x = s$ » B = « $y = r$ » e C = « $ax + by = 0$» e

« A ∧ B ∧ C » la loro congiunzione

Dire che

$\boldsymbol{x = s}$ ***e*** $\boldsymbol{y = r}$ è ***una coppia di soluzioni di*** $\boldsymbol{ax + by = 0}$

equivale a dire che

« A ∧ B ∧ C» è vera

Ovvero equivale ad enunciare una **CONTEMPORANEITÀ VERA di eventi**

e si può scrivere anche così

$$\begin{cases} x = s \\ y = r \\ ax + by = 0 \end{cases}$$

Quindi data $ax + by = 0$ $questa\ ha\ per\ soluzione\ la\ coppia$

$[bt\ ;-at]$ con $t \in Z$

Esempio:

data *5x+8y=0 essa ha per soluzione la coppia (8t; -5t) con t*∈ *Z*

Ovvero l'insieme delle infinite coppie (8t; -5t) al variare di t in Z

Quindi

per t=1 (8,-5)

per t=-2 (-16,10)

E via di seguito

ESERCIZI

Date le equazioni $4x - 6y = 0$ e $3x + 8y = 0$

Per ognuna di esse indica la coppia $(bt, -at)$ soluzione

e successivamente trova alcune coppie appartenenti

all'insieme delle coppie $(bt, -at)$ al variare di t in Z