

L'ALGORITMO EUCLIDEO

L'algoritmo euclideo delle divisioni successive per il calcolo del M.C.D. consiste nel calcolare il M.C.D. nel seguente modo:

Esempio: calcola il M.C.D. tra 126 e 35 ovvero M.C.D. [126,35]:

Divido 126 per 35 e scrivo 126 col quoziente e il resto

$126 = 35 * 3 + 21$ quindi 35 è divisibile per 35 ma 126 non è divisibile per 35 (altrimenti il resto sarebbe zero) e quindi 35 non è il M.C.D. tra 126 e 35

Poi prendo 35 (quoziente) e 21 (resto) della precedente divisione e li divido ovvero divido 35 con 21 e scrivo 35 col quoziente e il resto

$35 = 21 * 1 + 14$ quindi 21 è divisibile per 21 ma 35 non è divisibile per 21 (altrimenti il resto sarebbe zero) e quindi 21 non è il M.C.D. tra 35 e 21

Poi prendo 21 (quoziente) e 14 (resto) della precedente divisione e li divido ovvero divido 21 con 14 e scrivo 21 col quoziente e il resto

$21 = 14 * 1 + 7$ quindi 14 è divisibile per 14 ma 21 non è divisibile per 14 (altrimenti il resto sarebbe zero) e quindi 14 non è il M.C.D. tra 21 e 14

Poi prendo 14 (quoziente) e 7 (resto) della precedente divisione e li divido ovvero divido 14 con 7 e scrivo 14 col quoziente e il resto

$14 = 7 * 2$ quindi 7 è divisibile per 7 e 14 è divisibile per 7 (infatti il resto è zero) e quindi

7 è il M.C.D. tra 14 e 7

Allora $21 = 14 * 1 + 7 = 7 * 2 * 1 + 7 = 7 * 3$

Allora $35 = 21 * 1 + 7 = 7 * 3 + 7 = 7 * 4$ quindi 7 è divisore di 35

E $126 = 35 * 3 + 21 = 7 * 5 + 7 * 3 = 7 * 15$ quindi 7 è divisore di 126

Quindi M.C.D. [126,35]=7

L'ALGORITMO EUCLIDEO

L'algoritmo euclideo delle divisioni successive per il calcolo del M.C.D. consiste nel calcolare il M.C.D. nel seguente modo:

Esempio

Calcola il M.C.D. tra 126 e 35 ovvero M.C.D. [126,35]:

Divido 126 per 35 e scrivo 126 col quoziente e il resto

$$126 = 35 * 3 + 21$$

quindi 35 è divisibile per 35 ma 126 non è divisibile per 35 (altrimenti il resto sarebbe zero)

e quindi

35 non è il M.C.D. tra 126 e 35

Poi prendo 35 (quoziente) e 21 (resto) della precedente divisione e li divido
ovvero divido 35 con 21 e scrivo 35 col quoziente e il resto

$$35 = 21 * 1 + 14$$

quindi 21 è divisibile per 21 ma 35 non è divisibile per 21(altrimenti il resto sarebbe zero)

e quindi

21 non è il M.C.D. tra 35 e 21

Poi prendo 21 (quoziente) e 14 (resto) della precedente divisione e li divido

ovvero divido 21 con 14 e scrivo 21 col quoziente e il resto

$$21 = 14 * 1 + 7$$

quindi 14 è divisibile per 14 ma 21 non è divisibile per 14
(altrimenti il resto sarebbe zero)

e quindi

14 non è il M.C.D. tra 21 e 14

Poi prendo 14 (quoziente) e 7 (resto) della precedente divisione e li divido
ovvero divido 14 con 7 e scrivo 14 col quoziente e il resto

$$14 = 7 * 2$$

quindi 7 è divisibile per 7 e 14 è divisibile per 7 (infatti il resto è zero) e quindi

7 è il M.C.D. tra 14 e 7

Allora

$$21 = 14 * 1 + 7 = 7 * 2 * 1 + 7 = 7 * 3$$

$$35 = 21 * 1 + 14 = 7 * 3 + 7 * 2 = 7 * 5$$



quindi 7 è divisore di 35 e

$$126 = 35 * 3 + 21 = 7 * 5 * 3 + 7 * 3 = 7 * 18$$

quindi 7 è divisore di 126

Quindi M.C.D. [126,35]=7

*Riprendiamo le uguaglianze che abbiamo
scritto prima*

$$126 = 35 * 3 + 21 \longrightarrow 21 = 126 - 35 * 3$$

$$35 = 21 * 1 + 14 \longrightarrow 14 = 35 - 21$$

$$21 = 14 * 1 + 7 \longrightarrow 7 = 21 - 14$$

E ripartiamo dall'ultima e esprimiamo 7 e successivamente
sostituiamo 14 e poi 21

Vediamo

Riscriviamo le uguaglianze di destra che dobbiamo utilizzare

$$21 = 126 - 35 * 3$$

$$14 = 35 - 21$$

$$7 = 21 - 14$$

Partiamo dall'ultima e sostituiamo $14 = 35 - 21$

$$7 = 21 - 14 = 21 - (35 - 21)$$

e proseguiamo il calcolo

$$= 21 - 35 + 21 = 2 * 21 - 35$$

*E sostituiamo $21 = 126 - 35 * 3$*

$$7 = 2 * 21 - 35 = 2 * (126 - 35 * 3) - 35$$

E proseguiamo il calcolo

$$= 2 * 126 - 35 * 6 - 35 = 2 * 126 - 35 * 7$$

Dunque

$$7 = 126 * 2 - 35 * 7$$

Esercizi : Calcolare il MCD e la relativa identità di Bezout tra le seguenti coppie di numeri: 44275 e 605; 2470 e 351.