

**Definizione:** Sia  $n$  un intero positivo fissato. Due numeri  $a, b \in \mathbb{Z}$  sono congrui modulo  $n$  se e solo se  $a-b$  è multiplo di  $n$ .

Espresso in formule  $a \equiv b \pmod{n} \leftrightarrow (a - b) = n \cdot h$  con  $h \in \mathbb{Z}$

Pensiamo all'orologio :

$$15 \equiv 3 \pmod{12}; \quad 18 \equiv 6 \pmod{12}; \quad 23 \equiv 11 \pmod{12}$$

Completa le seguenti congruenze:

$$14 \equiv \quad \pmod{12}; \quad 16 \equiv \quad \pmod{12}; \quad 21 \equiv \quad \pmod{12}; \quad 17 \equiv \quad \pmod{12}$$

$$26 \equiv \quad \pmod{12}; \quad 29 \equiv \quad \pmod{12}; \quad 33 \equiv \quad \pmod{12}; \quad 27 \equiv \quad \pmod{12}$$

Scrivi 5 numeri che sono congrui a 7 modulo 12:

Possiamo dire che un numero è congruo a 7 modulo 12 quando

---

Scrivi 5 numeri che sono congrui a 11 modulo 12:

Possiamo dire che un numero è congruo a 11 modulo 12 quando

---

In generale possiamo dire che tutti i numeri divisi per 12 possono dare come resto 0 oppure 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11

Si formano in questo modo degli insiemi i cui elementi sono i numeri che divisi per 12 danno lo stesso resto. Tali insiemi si indicano con classi resto modulo 12 e si indicano con  $[0]$ ;  $[1]$ ;  $[2]$ ; .....

L'insieme delle classi resto modulo 12 si indica con  $Z_{12}$

## Operazioni nelle classi resto

Nelle classi resto vengono definite le operazioni di addizione e moltiplicazione. Aiutiamoci con delle tabelle per capire il funzionamento di queste operazioni

$$\mathbb{Z}_3$$

+	[0]	[1]	[2]
[0]	[0]	[1]	[2]
[1]	[1]	[2]	[0]
[2]	[2]	[0]	[1]

.	[0]	[1]	[2]
[0]	[0]	[0]	[0]
[1]	[0]	[1]	[2]
[2]	[0]	[2]	[1]

Osserva le particolarità delle tabelle moltiplicative. Lo zero si ottiene in modi diversi. Cosa succede?

Costruisci tabelle analoghe in  $\mathbb{Z}_5$

Ora avendo capito il procedimento calcola senza tabella i risultati delle seguenti operazioni in  $Z_{21}$  (a noi interessa perché abbiamo associato a questa classe di resto l'alfabeto italiano per la codifica e decodifica dei messaggi):

$$[19] + [7] = [4] * [7] =$$

## Operazioni nelle classi resto

Nelle classi resto vengono definite le operazioni di addizione e moltiplicazione. Aiutiamoci con delle tabelle per capire il funzionamento di queste operazioni

$$\mathbb{Z}_4$$

+	[0]	[1]	[2]	[3]
[0]	[0]	[1]	[2]	[3]
[1]	[1]	[2]	[3]	[0]
[2]	[2]	[3]	[0]	[1]
[3]	[3]	[0]	[1]	[2]

.	[0]	[1]	[2]	[3]
[0]	[0]	[0]	[0]	[0]
[1]	[0]	[1]	[2]	[3]
[2]	[0]	[2]	[0]	[2]
[3]	[0]	[3]	[2]	[1]

Osserva le particolarità delle tabelle moltiplicative. Lo zero si ottiene in modi diversi. Cosa succede?





## Riepilogo operazioni

---

### Operazioni

- def. di **somma** in  $Z_n$ :  $\bar{a} + \bar{b} = \overline{a + b}$
- def. di **prodotto** in  $Z_n$ :  $\bar{a} \cdot \bar{b} = \overline{a \cdot b}$
- def. di **potenza** in  $Z_n$ :  $(\bar{a})^n = \overline{a^n}$   
(discende dal prodotto)

Esercizio1:

Determinare il resto della divisione per 10 del numero 23452008, qual è l'ultima cifra di questo numero?

Esercizio2:

Per ciascuno dei seguenti numeri individuare il minimo intero positivo modulo 12 a cui è congruente: 19, 149, -11, -128

Esercizio3:

Se adesso sono le 14 che ora del giorno o della notte sarà tra 1000 ore?

Esercizio4: Se lo scorso anno Natale era Martedì in che giorno cadrà Natale quest'anno e nel 2021?