

I grafi e il salto del cavallo

Lezione+ attività 2h

Nelle regole del gioco degli scacchi il cavallo salta sulla scacchiera spostandosi lungo la diagonale di un rettangolo 3×2 , passando da una casella bianca ad una nera e viceversa.

Poiché esistono molte mosse diverse che consentono al cavallo di saltare da una casella all'altra, prendere in considerazione le seguenti domande:

Domanda 1: si può disegnare un cammino chiuso in cui tutte le possibile mosse siano tracciate una e una sola volta?

Domanda 2: è possibile per il cavallo occupare tutte le caselle di una scacchiera $n \times n$ ciascuna esattamente una volta prima di ritornare sulla stessa casella da cui è partito?

Rappresentando la scacchiera come un grafo: le caselle sono i nodi (detti anche vertici) e le mosse sono gli archi (detti anche spigoli) e ricordando le definizioni che abbiamo già incontrato nelle schede 1 e 2 :

Il cammino sul grafo sarà dato da una sequenza di nodi ed archi.

Il **cammino euleriano** è un cammino chiuso in cui ogni arco del cammino è percorso una sola volta, il cammino si dice **semieuleriano** se non chiuso ma tutti gli archi sono toccati una sola volta. Ricordiamo anche che Eulero stabilì che per avere un cammino euleriano esso deve avere tutti i nodi di grado pari, un cammino semieuleriano deve avere tutti i nodi di grado pari tranne al massimo 2 nodi di grado dispari (il grado è il numero di archi uscenti da un nodo).

Un **ciclo hamiltoniano** su un grafo è un **cammino chiuso** che tocca ogni nodo una sola volta, un **cammino hamiltoniano** è un cammino non chiuso che tocca i nodi una sola volta

Attività: considerare una scacchiera 3×3 , disegnare le mosse del cavallo e rispondere alla domanda 1. Cosa succede se la scacchiera è 4×4 ? E in generale?

Per la domanda 2 verificare che è possibile solo se la scacchiera è 5×5 . Date una giustificazione a questa affermazione.